47929/P

Edward Sang

21 Feby 1833

from the Library of the late

Sir John Leslie.

47991

Bestimmung der Länge

von

Göttingen, Gotha, Danzig, Berlin, und Harefield,

in Middlesex,

aus

der Sonnenfinsternifs vom 5. September 1793.

Mit

Anzeige seiner mathematischen Vorlesungen

vom

Professor Seyffer.

Göttingen,
bey Johann Christian Dieterich, 1794.

WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY

Da ich mich bey der Wandelbarkeit des Mauerquadranten auf die mit demselben beobachteten gerade Aufsteigungen nicht verlassen kann (*), auch die Königliche Sternwarte kein Passage-Instrument besitzt, so habe ich zur genaueren Zeitbestimmung mich mit Sonnen- und Sterndurchgängen im Mauerquadranten nicht begnügt, sondern auch correspondirende Stern-Höhen genommen, und die Zeit daraus hergeleitet. Die gerade Aufsteigungen habe ich nach den besten Tafeln und Fixstern-ver-

(*) Das Fundament, worauf der Mauerquadrant ruht, ist so sehr gesunken, dafs das Instrument durch die Schrauben, die zu Ende sind, nicht mehr in den Meridian gebracht werden kann. Ueberdiefs richtet sich die Lage des Quadranten nach dem Thermometer, und die Bewegung des Pfeilers sammt dem Instrumente kann mit Recht mit dem Athemholen verglichen werden. Um von der Lage des Instruments einen anschaulichen Begriff zu geben, brauche ich nur eine der Corrections-Gleichungen aus meinem Astronomischen Tagebuche der Sternwarte auszuheben, wodurch ich mit unbeschreiblicher mühevoller Gedult und vielen Nachtwachen die Fehler des Instruments bestimmt habe. Die Mayersche Formel (Tob. Mayer opera inedita Vol. I. Edit. Lichtenberg p. 19.)

$$X = \frac{A \cos \alpha + B \sin \alpha + C}{\cos \delta}, \text{ wird:}$$

$$X = \frac{3'',5022 \cos \alpha}{\cos (p - \alpha)} + \frac{15'',0564 \sin \alpha}{\cos (p - \alpha)} - \frac{1'',669}{\cos (p - \alpha)}$$

wenn X die Summe der Fehler, und p die Breite bezeichnet. Aus der Formel ist klar, dafs der Mauerquadrant im Zenith um $52'',5$ und im Azimuth, vollends gar, nicht weniger als um $3' 45'',75$ im Bogen abweicht.

verzeichnifs, die wir jetzt besitzen, ich meyne nach des Hrn. von Zach Tabulis motuum solis et fixarum Catalogo novo, berechnet.

A.

Zeitbestimmung.

4. September 1793.

I. Uebereinstimmende Höhen von α Aquarii mit dem zweyfüfsigen Sissonschen Quadranten.

Höhen.	Zeit vor der Culmination.	Zeit nach der Culmination.
32°. 30′. . . .	20u. 11′. 50″. . . .	23u. 47′. 30″.
40.	13. 55.	45. 25.
50.	15. 52.	43. 28.
33°. 0.	17. 56.	41. 24.
10.	20. 7.	39. 11.
20.	22. 17.	37. 3.

Hieraus beobachtete gerade Aufsteigung von α Aquarii, wenn ich aus allen Beobachtungen das Mittel nehme,

21u. 59′ 39″,833

Berechnete AR. 21u. 55′ 11″,309

Folglich Voreilung der Uhr 4′ 28″,524

Die Genauigkeit der übereinstimmenden Höhen zu prüfen, habe ich die Stundenwinkel einzelner Beobachtungen berechnet, und vermittelst der Formel (*)

$$\sin\frac{A-A'}{2} = \frac{\cos\left(\frac{a+a'}{2}\right)\sin\left(\frac{a-a'}{2}\right)}{\cos p.\cos\delta.\sin\left(\frac{A+A'}{2}\right)}$$

aus verschiedenen combinirten Beobachtungen die gerade Aufsteigung von α Aquarii gefunden

21u. 59′ 40″,267

welches

(*) Bestimmung der Zeit des wahren Mittags etc. von Hrn. Obrist von Tempelhof; in Hrn. Bode's Erstem Supplementbande p. 214.

welches von der obigen unmittelbar hergeleiteten Bestimmung nur um 0″,434 abweicht. Hieraus Voreilung der Uhr
4′. 28″,958

II. Voreilung der Uhr am 4. September aus beobachteten geraden Aufsteigungen am Mauerquadranten. Aus

	′	″
α Aquarii	4.	28,891
β Aquarii	4.	28,520
γ Aquarii	4.	29,021
ι Antinoi	4.	28,902
α Sagittae	4.	28,329
γ Aquilae	4.	29,103
δ Cygni	4.	28,721
α Aquilae	4.	29,108
β Aquilae	4.	28,921
α Delphini	4.	28,781
γ Delphini	4.	29,304
α Equulei	4.	29,431

	′	″
Hieraus Voreilung der Uhr A)	4.	28,919
aus den Stundenwinkeln B)	4.	28,958
aus übereinstimmenden Sternhöhen C)	4.	28,524

III. Voreilung der Uhr aus der beobachteten geraden Aufsteigung der Sonne, die Voreilung auf den Moment der Culmination des α Aquarii reducirt, aus der Culmination der Sonne im Mauerquadranten
den 4. September D) 4′ 28″,602
den 5. September E) 4′ 28″,997

IV. Folglich, aus allen Beobachtungen A. B. C. D. E. zusammengenommen, eilte die Uhr der wahren Sternzeit vor F) um 4′ 28″,80.

V. Um den Gang der Uhr zu bestimmen wurden den 4. und 5. September der Durchgang der Sonne, Durchgänge

gänge derselben Sterne, und correspondirende Höhen von α Aquarii beobachtet. Hieraus berechnete ich für einen Stern-Tag Voreilung der Uhr, aus den Beobachtungen

α) der Sonne 0″,595
β) des α Aquarii 0″,609
γ) aus dem Mittel mehrerer Sterndurchgänge 0″,611

so dafs ich mit Zuverlässigkeit für den Sterntäglichen Gang der Uhr . . . δ). 0″,605 vom 4. bis auf den 5. September annehmen kann.

B.

Beobachtung der Sonnenfinsternifs auf der Königlichen Sternwarte zu Göttingen.

VI. Den Anfang der Sonnenfinsternifs zu beobachten hat mir ungünstiger Himmel nicht vergönnt; desto besser gelang die Beobachtung des Austritts, den ich mit einem Dollond'schen Telescop von dreyfachem Objectiv, 4 Fufs Focallänge und 100maliger Vergrösserung beobachtete um

12u. 44′ 14″,0 Zeit der Uhr.
Voreilung der Uhr (F) . . . 4′ 28″,8
Voreilung der Voreilung (δ) . 0′ 0″,4
Folglich Ende der Finsternifs um

A′) 12u. 39′ 44″,8 wahrer Sternzeit, oder
1u. 39′ 27″,438 mittlerer Sonnenzeit.

VII. Die correspondirenden Beobachtungen der Sonnenfinsternifs, die ich erhalten, und berechnet habe, sind die zu Gotha von Hrn. von Zach; zu Harefield von dem Hrn. Grafen Brühl; zu Berlin von Hrn. Bode; zu Danzig von Hrn. Dr. Koch; und zwar wurde beobachtet zu

B′)

Das Ende der Finsternifs.

B′) Gotha von Hrn. von Zach auf der Herzoglichen Sternwarte Seeberg 1u. 44′ 43″,40 mittl. Zeit

Den Unterschied des Mittagskreises nach Hrn. von Zachs Bestimmungen (*) zu 33′ 35″ östlich von Paris angenommen, = 1u. 11′ 8″,40 mittl. Pariser Zeit.

C′) Harefield, in Middlesex, von Hrn. Grafen Brühl.
Anfang 21u. 35′ 21″,76 mittl. Zeit.
Ende 0u. 40′ 45″,50 mittl. Zeit.

D′) Berlin, von Hrn. Bode.
Anfang 22u. 49′ 52″,83 m. Z.
Ende 1u. 56′ 24″,25 m. Z.

E′) Danzig, von Hrn. Dr. Koch.
Ende der Finsternifs 2u. 20′ 34″,24 m. Z.

C.

Resultate der Berechnung von der Beobachtung des Hrn. Grafen Brühl zu Harefield.

α′) *Für den Anfang der Sonnenfinsternifs.*

Wahre Länge des Monds = 162° 9′ 33″
Wahre Breite des Monds = 33′ 55″,5 nördlich.
Stündliche Bewegung des Monds = 29′ 36″,06
Horiz. Parallaxe des Monds unter dem Aequator = 54′ 6″,75
Horizontaler Halbmesser des Monds = 14′ 46″,5
Horizontal-Parallaxe der Sonne = 8″,43
Gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels = 128° 46′ 35″,0
Geographische Breite von Harefield aus mehrern Beobachtungen des Hrn. Grafen Brühl = 51° 36′ 10″,0

Ver-

(*) Tabb. motuum Solis etc. Auctore Francisco de Zach. pag. 12.

Verbesserte Breite, die Abplattung der Erde = $\frac{1}{300}$ angenommen (*), = 51° 24′ 59″,0
Folglich der Winkel der Verticallinie mit dem Halbmesser der Erde = 11′ 11″
Schiefe der Ecliptik = 23° 27′ 48″,1
Stündliche Bewegung der Sonne = 2′ 25″,75
Parallaxe der Länge des Monds = 32′ 41″,42
Scheinbare Breite des Monds = 5′ 47″,15 nördlich.
Vergrösserter Halbmesser des Monds = 14′ 51″,01
Der Halbmesser der Sonne = . . . 15′ 56″,14
Summe = dem Abstande der Mittelpuncte des Monds und der Sonne . . = 30′ 51″,15
Irradiation und Inflexion . . . = — 5″,00
Hieraus wahre Conjunction des Monds mit der Sonne 23$^{u.}$ 54′ 16″,80 mittlerer Zeit.

β′) Für das Ende der Sonnenfinsterniſs.

Wahre Länge des Monds = 163° 41′ 1″
Wahre Breite des Monds = 42′ 20″,0 nördlich.
Stündliche Bewegung des Monds = 29′ 35″,86
Horiz. Parallaxe des Monds unter dem Aequator = 54′ 7″,7
Horizontaler Halbmesser des Monds = 14′ 46″,81
Gerade Aufsteigung des Mittagskreises = 175° 15′ 7″,96
Parallaxe der Länge des Monds = 9′ 14″,1
Scheinbare Breite des Monds = 4′ 51″,34 nördlich.
Vergrösserter Halbmesser des Monds = 14′ 56″,61
Halbmesser der Sonne = 15′ 56″,14
Abstand der Mittelpuncte des Monds und der Sonne = 30′ 52″,75
Folglich wahre Conjunction des Monds mit der Sonne 23$^{u.}$ 53′ 59″,57 mittlerer Zeit.

D.

(*) Ueber diese Abplattungs-Hypothese siehe Hrn. von Zach in Hrn. Bode's Jahrbuch für 1794. pag. 203. De la Lande Berlin. Jahrbuch für 1791. pag. 251. de la Place Mém. de l'Acad. de Sc. de Paris 1783.

D.

Berechnung meiner Beobachtung auf der Sternwarte zu Göttingen.

Wahre Mondslänge = 163° 49′ 25″
Wahre Breite des Monds = 43′ 6″,2 nördlich.
Stündliche Bewegung des Monds = 29′ 35″,86
Vergrösserter horiz. Halbmesser des Monds = 14′ 55″,97
Gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels = 189° 56′ 18″,83
Breite der Göttingischen Sternwarte = 51° 31′ 54″
Verbesserte Breite . . . . = 51. 20. 42,64
Folglich der Winkel der Verticallinie = 11′ 11″,36
Die Abplattung der Erde = $\frac{1}{300}$ gesetzt.
Parallaxe der Länge des Monds = 1′ 45″,35.
Scheinbare Breite des Monds = 2′ 11″,8
Verbesserter Abstand der Mittelpuncte des Monds und der Sonne = 30′ 47″,11
Hieraus wahre Conjunction des Monds mit der Sonne 0u. 35′ 31″,24

E.

Berechnung der Beobachtung des Hrn. v. Zach, zu Gotha.

Wahre Mondslänge = 163° 50′ 20″,7
Wahre Mondsbreite = 43′ 11″,3 nördlich.
Stündliche Bewegung des Monds = 29′ 35″,86
Gerade Aufsteigung des Mittagskreises = 191° 15′ 23″,12
Breite der Gothaischen Sternwarte auf Seeberg = 50° 56′ 17″
Verbesserte Breite, nach dem Axenverhältnifs 299 : 300, = 50° 45′ 2″,5
Mithin die Neigung des Halbmessers der Erde gegen die Verticallinie = 11′ 14″,5
Parallaxe der Länge des Monds = 47″,80
Scheinbare Breite des Monds = 2′ 17″,0
Vergrösserter Halbmesser des Monds = 14′ 55″,97

Verbesserter Abstand der Mittelpuncte des Monds und der Sonne = 30′ 42″,0
Folglich wahre Conjunction zu Gotha
☌ ☾ ☉ = 0ᵘ. 38′ 41″,0 mittl. Zeit.

F.

Berechnung der Beobachtung des Herrn Bode auf der Sternwarte zu Berlin.

α′) *Für den Anfang der Finsterniſs.*

Wahre Mondsbreite = 34′ 47″,11
Wahre Mondslänge = 162° 18′ 52″,4
Stündliche Bewegung des Monds = 29′ 36″,05
Gerade Aufsteigung des Mittagskreises = 147° 25′ 5″,05
Breite der Königl. Sternwarte zu Berlin = 52° 31′ 30″
Verbesserte Breite . . . . . = 52° 20′ 24″
Winkel d. Verticallinie mit dem Halbmesser d. Erde = 11′ 6″
Parallaxe der Mondslänge = 23′ 29″,31
Scheinbare Breite des Monds = 2′ 45″,34
Vergrösserter Halbmesser des Monds = 14′ 56″,08
Verbesserter Abstand der Mittelpuncte der Sonne und des Monds = 30′ 40″,31
Hieraus die wahre ☌ ☾ ☉ um 0ᵘ. 49′ 28″,58 mittl. Zeit.

β′) *Für das Ende der Sonnenfinsterniſs.*

Wahre Mondslänge = 163° 50′ 53″,2
Wahre Mondsbreite = 43′ 14″,26
Stündliche Bewegung des Monds = 29′ 35″,86
Gerade Aufsteigung des Mittagskreises = 194° 10′ 37″,45
Parallaxe der Mondslänge = 20″,0
Scheinbare Breite des Monds = 54″,58
Vergrösserter Halbmesser des Monds = 14′ 55″,49
Verbesserter Abstand der Mittelpuncte der Sonne und des Monds = 30′ 46″,32
Hieraus die wahre ☌ ☾ ☉ um 0ᵘ. 49′ 10″,95 mittl. Zeit.

G.

G.

Berechnung der Beobachtung des Hrn. D. Koch, zu Danzig.

Wahre Länge des Monds = 163° 51′ 26″,0
Wahre Breite des Monds = 43′ 22″,74
Gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels = 165° 3′ 19″,81
Geogr. Breite von Danzig = 54° 21′ 9″
Verbesserte Breite . . = 54° 10′ 16″
Winkel der Verticale mit dem Halbmesser der Erde = 10′ 53″,0
Parallaxe der Länge des Monds = 1′ 7″,5
Scheinbare Breite des Monds = 1′ 2″,06 südlich.
Vergrösserter Halbmesser des Monds = 14′ 54″,73
Verbesserter Abstand der Mittelpuncte des Monds und der Sonne = 30′ 45″,3
Hieraus wahre ☌ ☾ ☉ 1ᵘ. 10′ 9″,94 mittl. Zeit.

Es sey δ die Verbesserung der Abstände der Mittelpuncte des Monds und der Sonne; Ferner gedenke man sich ein ebenes (*) rechtwinklichtes Dreyeck, dessen Hypotenuse sey ☉☾, und die beyden Catheten B☉ und B☾; so ist $\varphi = B\odot\mathbb{C}$; tang $\varphi = \frac{B\mathbb{C}}{B\odot}$; und sec $\varphi = \frac{\odot\mathbb{C}}{B\odot}$; Es sey auch π die Verbesserung der Aequatorial-Parallaxe; und y die Verbesserung der Mondsbreite; so lassen sich für die obigen Zeiten der Conjunctionen folgende Gleichungen entwickeln:

A′) Für Harefield

α) aus dem Anfange der Sonnenfinsternifs

☌☾☉ = 23ᵘ. 54′ 16″,80 + 2,25 δ − 0,42 y + 1,553 π;

und aus dem Ende

β') ☌ = 23ᵘ. 53′ 59″,57 − 2,23 δ + 0,35 y + 0,132 π;

Hieraus γ') 17″,23 + 4,48 δ − 0,77 y + 1,421 π = 0

(*) Man kann, da die Seiten des *sphärischen* Dreyecks sehr klein sind, ohne merklichen Fehler ein *ebenes* Dreyeck dafür substituiren.

B′) Für Berlin

α'') aus dem Anfange

$\sigma\,\mathbb{C}\odot = 0^{u.}\ 49'\ 28'',58 + 2{,}22\,\delta - 0{,}16\,y + 1{,}05\,\pi$

aus dem Ende

β'') $0^{u.}\ 49'\ 10'',95 - 2{,}21\,\delta + 0{,}06\,y - 0{,}04\,\pi$

Hieraus γ'') $17'',63 + 4{,}43\,\delta - 0{,}22\,y + 1{,}09\,\pi = 0$

Setzt man $\pi = 0$, so folgt aus den Gleichungen γ' und γ'' der Werth von $\delta = -4'',03$; und der Werth von $y = -1'',09$

C′) Für Gotha

$\sigma\,\mathbb{C}\odot = 0^{u.}\ 38'\ 41'',0 - 2{,}21\,\delta + 0{,}16\,y - 0{,}09\,\pi$

D′) Für Danzig

$\sigma\,\mathbb{C}\odot = 1^{u.}\ 10'\ 9'',94 - 2{,}20\,\delta + 0{,}07\,y - 0{,}10\,\pi$

E′) Für Göttingen

$\sigma\,\mathbb{C}\odot = 0^{u.}\ 35'\ 31'',24 - 2{,}22\,\delta + 0{,}15\,y - 0{,}047\,\pi$

Setzt man $\pi = 0$ und wieder $\delta = -4'',0$; und $y = -1'',0$ so wird für Harefield die Conjunction

aus dem Anfang	$23^{u.}$	$54'$	$8'',22$
aus dem Ende	$23^{u.}$	$54'$	$8'',14$
Mittel . . .	$23^{u.}$	$54'$	$8'',18$

für Berlin $\sigma\,\mathbb{C}\odot$

aus dem Anfang	$0^{u.}$	$49'$	$19'',86$
aus dem Ende	$0^{u.}$	$49'$	$19'',73$
Mittel . . .	$0^{u.}$	$49'$	$19'',79$

Für Gotha $\sigma\,\mathbb{C}\odot = 0^{u.}\ 38'\ 49'',68$

Danzig $\sigma\,\mathbb{C}\odot = 1^{u.}\ 10'\ 18'',67$

Göttingen $\sigma\,\mathbb{C}\odot = 0^{u.}\ 35'\ 39'',97$

Es ergeben sich hieraus folgende Mittagsunterschiede von Göttingen:

Harefield . . .	$41'\ 31'',79$	westlich.
Berlin	$14'\ 39'',82$	östlich.
Gotha	$3'\ 9'',71$	östlich.
Danzig	$34'\ 38'',70$	östlich.

Lege

Lege ich die zu Harefield vom Hrn. Grafen Brühl gemachte Beobachtung, und die aus Anfang und Ende hergeleitete Conjunction zu Grunde, so erhält man von Harefield die Mittagsunterschiede:

Göttingen . . .	41′ 31″,79	östlich.
Gotha	44′ 41″,5	östlich.
Berlin	55′ 11″,61	östlich.
Danzig . .	1St. 16′ 10″,39	östlich.

Folglich, da aus mehreren Beobachtungen des Hrn. Grafen Brühl der Mittagsunterschied zwischen Harefield und Paris bestimmt ist = 11′ 16″,96 (*), so gibt diefs die Mittagsunterschiede von Paris für die Sternwarten zu

Gotha, auf dem Seeberg . .	33′ 24″,54	östlich.
Berlin	43′ 54″,65	östlich.
Danzig	1St. 4′ 53″,53	östlich.
Göttingen	30′ 14″,83	östlich.

und man erhält hieraus die geographische Länge von

Gotha	= 28° 21′ 8″,1
Berlin	= 30° 58′ 39″,75
Danzig	= 36° 13′ 22″,95
Göttingen	= 27° 33′ 42″,45

Die ältern Mondstafeln von Mayer Edit. London 1770 geben die Conjunction für Paris

0u. 3′ 21″,2 mittl. Zeit.

Die neuern Tafeln (Lalande Astronomie. troisième Edition) hingegen

0u. 3′ 19″,83 mittl. Zeit.

Vergleicht man damit die aus den Beobachtungen hergeleiteten Conjunctionen, so ergibt sich, wenn man die Conjunctionen durch die Meridian-Differenzen von Gotha = 33′ 35″ (nach des Hrn. von Zach Bestimmungen); von Harefield 11′ 16″,96; von Göttingen, nach Tob. Mayer,

30′

(*) Berlin. Jahrbuch 1791. pag. 227. 240. Conn. des temps 1792. De Zach Tabb. motuum Solis pag. 21.

30′ 16″,0 auf den Meridian von Paris reducirt, der Fehler der ältern Tafeln, aus den Beobachtungen

von Gotha = 51″,38
von Göttingen = 55″,57
von Harefield = 56″,12

Hingegen der Fehler der neueren Tafeln aus den Conjunctionen zu

Harefield = 38″,6
Gotha = 33″,9
Göttingen = 38″,1

um welches die Tafeln die Längen zu grofs angeben.

In meinen Vorlesungen werde ich nächsten Winter vortragen:

I. *Encyclopädie aller mathematischen Wissenschaften*, nach eigenem Entwurf, um 8 Uhr.

II. *Reine Mathematik*; *Arithmetik* und *Trigonometrie* nach eigener Methode; *Geometrie* nach *Euclid's* Elementen. Mit der Geometrie werde ich die Anwendung derselbigen, das *allgemein-nützlichste* der *practischen Geometrie* und den Gebrauch der Instrumente verbinden. um 10 Uhr.

III. *Angewandte Mathematik*, (die Astronomie ausgeschlossen) nach Hrn. Hofr. *Kästner's* Anfangsgründen. um 4 Uhr.

IV. *Astronomie*; nach Hrn. Hofr. *Lichtenberg's* VIten Ausgabe des *Erxlebenschen* Compendii, verbunden mit dem Gebrauche der Instrumente auf der Königlichen Sternwarte. um 5 Uhr. Zugleich werde ich practische Anleitung zur Sternkenntnifs in heitern Nächten geben.

V. Jeden Sonnabend um 9 Uhr werde ich öffentliche Vorlesungen halten über die *mechanische Bildung* der *Himmelskörper*, nach der Theorie der Herren *Le Sage*, und *De Luc*; und die schönen Entdeckungen des Herrn Dr. *Herschel* damit vergleichen.